

Prijedlog o izboru visinskog sustava budućeg NVT Hrvatske, s istraživanjem utjecaja točnosti ubrzanja sile teže i gustoće Zemljine kore na geopotencijalne kote, prave ortometrijske i normalne visine

Asim Bilajbegović

University of Applied Sciences Dresden, Germany, Dresden
Asim.Bilajbegovic@htw-dresden.de

VI. Hrvatski kongres o katastru, Zagreb 11.-14.04.2018.

Sadržaj predavanja

1. Uvod (kratki historijski pregled NVT Hrvatske)
2. Definicija Globalnog vertikalnog referentnog sustava(GVRS)
3. Uvjeti koje bi trebali zadovoljiti visinski sustavi
4. Fizikalno definirane visine u polju ubrzanja sile teže
5. Utjecaj pogrešaka gustoće Zemljine kore i ubrzanja sile teže točnost fizikalnih visina
6. Zaključci

1. Kratki historijski pregled nivelmana na području Republike Hrvatske

- 1. Precizni austrougarski nivelman 1873. – 1905.** obavio je Bečki vojnogeografski institut. Pomenuti institut razvio je na području bivše Jugoslavije mrežu preciznog nivelmana od 19 poligona. Međutim, točnost ovih radova, a isto tako i način izjednačenja ne odgovara zahtjevima koji se traže za precizni nivelman (standardna devijacija od 5,1 mm/km, a mreža nije ni jedinstveno izjednačena nego se koristila metoda naslanjanja poligona na predhodno određene ili poznate visine). Osim toga, u dva nivelmanska vlaka niveliranja naprijed i natrag imala su grube pogreške (oko 15 cm) a nulta točka nivelmana određena je samo iz srednje razine mora u Trstu iz opažanja mareografa iz 1875. godine.
- 2. I NVT od 1947. pa do 1954. počelo izvođenje I nivelmana visoke točnosti.** Na onim područjima gdje nije bilo NVT izvedeni su radovi u potpunosti i to trasama starih nivelmanskih vlakova „Austrijskog“ preciznog nivelmana, dok su na drugim područjima dopunjavani odnosno ponovljeni radovi NVT. Ti su radovi izvođeni po preporukama Međunarodne asocijacije za geodeziju uz stručne upute tadašnje Glavne geodetske uprave.

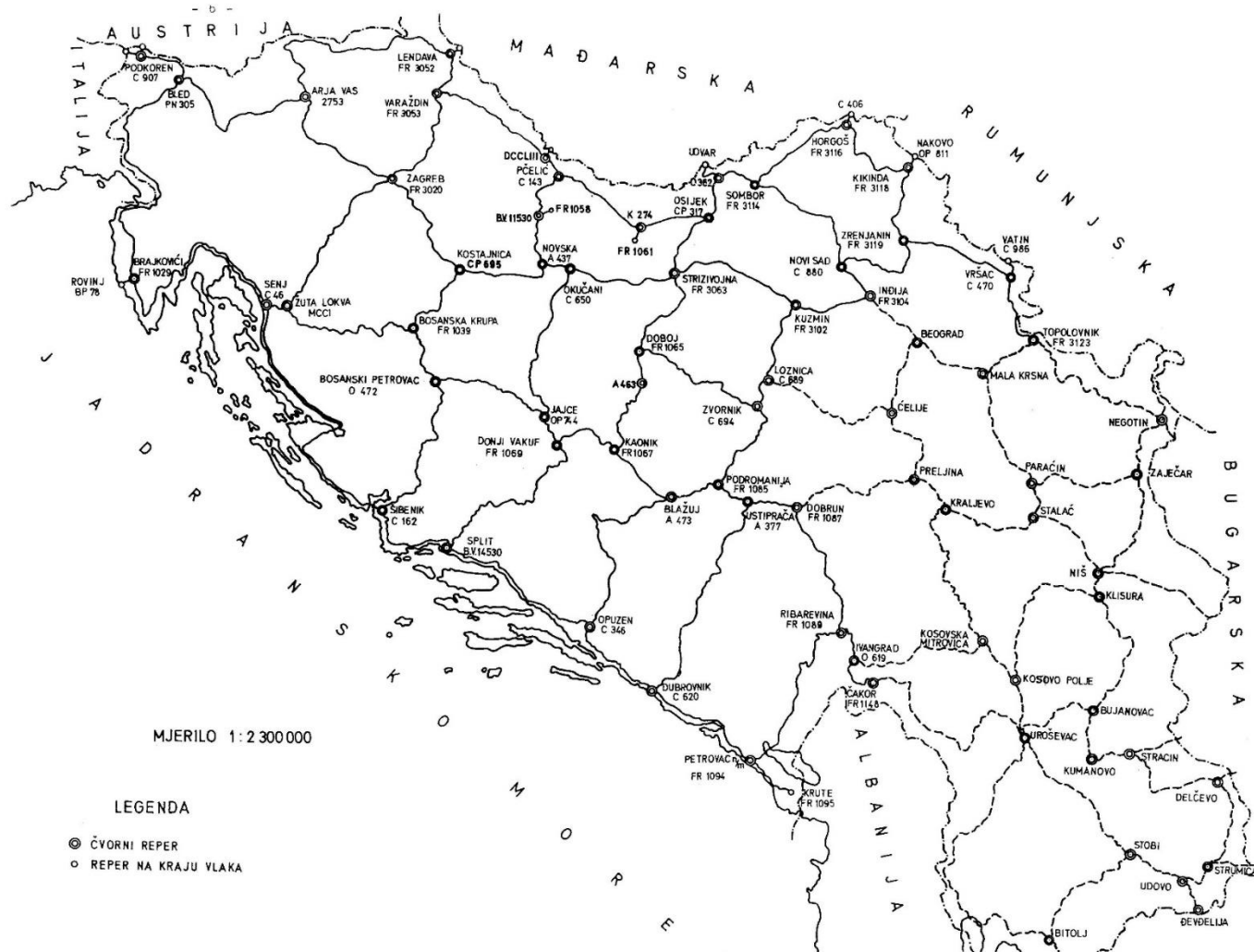
2. I NVT od 1947. pa do 1954.



I NVT izjednačen za područja BiH, Hrvatske i Slovenije (Bilajbegović i dr. 1992)

Obodna figura	km	Zatvaranje obodne figure u visinskom sustavu			
		Normalnom ortometrijskom	Pravom ortometrijskom	Normalnom (Molodenskog)	Geopotencijalnih kota
1	2400,405	64,61 mm	87,49 mm	88,14 mm	86,40 mm
Vjerojatna slučajna pogreška iz izjednačenja mreže		1,67 mm/km	1,58 mm/km	1,58 mm/km	1,55 mm/km

3. II NVT bivše Jugoslavije 1969-1973



Ova mreža ima **srednju vjerojatnu slučajnu pogrešku od 0,33 mm/km** a **sustavnu od 0,03-0,14 mm/km**, računatih iz razlika niveliranja naprijed i natrag nivelmanskih strana, te se s pravom svrstava u najtočnije nivelmanske mreže Evrope. Gravimetrijska mjerenja za ovu mrežu obavljena su za oko 40% vlakova, a za preostali dio mreže korištene su karte Fajeovih i u izuzetku Bougeourovih anomalija, (Bilajbegović i. dr. 1990).





III NVT Bosne i Hercegovine 2017.-1920.



Dizajn visinske mreže III NVT BiH: crne linije – nivelmanske linije III NVT , crvene linije – granice RS, plave linije – granice Federacije BiH, magenta linije – Brčko Distrikt

Pregled visinskih sustava u Evropi



-  Normalne ili Molodenski-visine
-  Prave ortometrijske visine
-  Normalne ortometrijske visine
-  Nema informacija

Austrija se u međuvremenu odlučila za prave ortometrijske visine, Makedonija je uvela normalne- a Srbija se odlučila na uvođenje istih normalnih visina.

2. Definicija Globalnog vertikalnog referentnog sustava (GVRS)

U suglasju s Konvencijama International Earth Rotation and Reference System Service (IERS) iz 2003. razlikuje se sustav i okvir (GVRS, GVRF):

1. Definicija GVRS obuhvaća: Konvencije za Datum, visine, i razmatranje vremenski promjenljivih parametara,
2. Realizacija GVRS (GVRF) obuhvaća: Konvencije i specifikacije za raspodjelu stajališta, izbor, analizu i prikupljanje podataka.

Globalni vertikalni referentni sustav (GVRS) zadovoljava, IERS-Konvencije 2003 za terestrički referentni sustav, i to slijedeća četiri uvjeta:

1. Vertikalni datum je definiran nivo plohom (equipotencijalnom) s konstantnim potencijalom sile teže:

$$W_0 = \text{const.}$$

2. Definicija Globalnog vertikalnog referentnog sustava (GVRs), nastavak

Vertikalni datum definira odnos fizikalnih visina i tijela Zemlje.

W_0 mora se konvencijama odrediti i treba biti reprodukcijski

Npr. za EVRS $W_{0E} = const.$,

i leži u nivo plohi Normalnog Amsterdamskog mareografa (Normal Amsterdam Peil (NAP)).

2. Osnovna jedinica za duljine ja metar (SI). Jedinica za vrijeme je sekunda (SI). Skala je u suglasju s TCG-vremenom u Geocentričnom sustavu.
3. Visinske komponente su potencijalne razlike ΔW_P , izražene geopotencijalnim kotama C_P :
$$-\Delta W_P = C_P = W_0 - W_P,$$
metrički equivalent su Normalne visine.
4. GVRs je Zero-tidal-System što je u suglasnosti s IAG- Resolution Nr. 16, koja je 1983 prihvaćena u Hamburgu.

3. Uvjeti koje bi trebali zadovoljiti visinski sustavi

Visinski sustavi trebaju prema Pellinen (1982) pet važnih uvjeta. Oni su poznati u stručnoj praksi i ne treba ih posebice naglašavati.

6. Specifični zahtjevi zemalja (državni zahtjevi)

- Ima li zemlja mjerena ubrzanja sile teže uzduž nivelmanskih vlakova?
- Ima li država 3D-modele gustoće Zemljine kore?
- Koje karte anomalija sile teže (Faye, Bouguer) posjeduje država i kakva je njihova točnost?

7. Mogućnosti uklapanja u GVRŠ odn. EVRS i u visinske sustave susjednih zemalja

Ovdje igra sustav Zemljinih plimnih valova posebnu ulogu, npr. je li tu primjenjen Zero-tide- ili Mean-tide-sustav.

8. Uvođenje referentne vremenske epohe, npr. EVRS2007 epoha 2000.0

Zbog recentnih vertikalnih gibanja moraju se visine povezati s vremenskom epohom. Uz pretpostavku da su vremenske promjene elipsoidnih visina jednake promjenama fizikalnih visina

$$v_{h_{Pi}} = v_{H_{Pi}},$$

slijedi :

$$H_{Pi}(t) = H_{Pi}(t_0) + v_{h_{Pi}}(t - t_0)$$

Brzine visina $v_{h_{Pi}}$ mogu se preuzeti iz serijskih opažanja ITRFxx ili ETRFxx.

4. Fizikalno definirane visine u polju ubrzanja sile teže

Strogo definirane visine
Geopotencijalne kote C_B

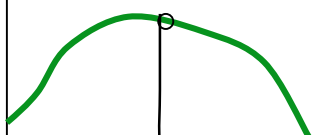
Približne visine

DHHN 85

DHHN 12

Hrvatski sustav
visina

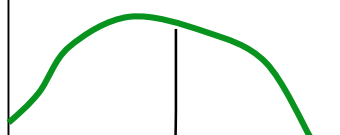
Prave
ortometrijske v.



$$H_s^B = \frac{C_B}{g_m^B}$$

Geoid

Normalne- ili
Molodenski-v.

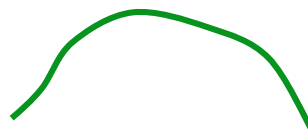


$$H_N^B = \frac{C_B}{\gamma_m^B}$$

Quasigeoid

DHHN 16

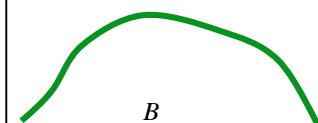
dinamičke v.



$$H_D^B = \frac{C_B}{\gamma_{Konst.}}$$

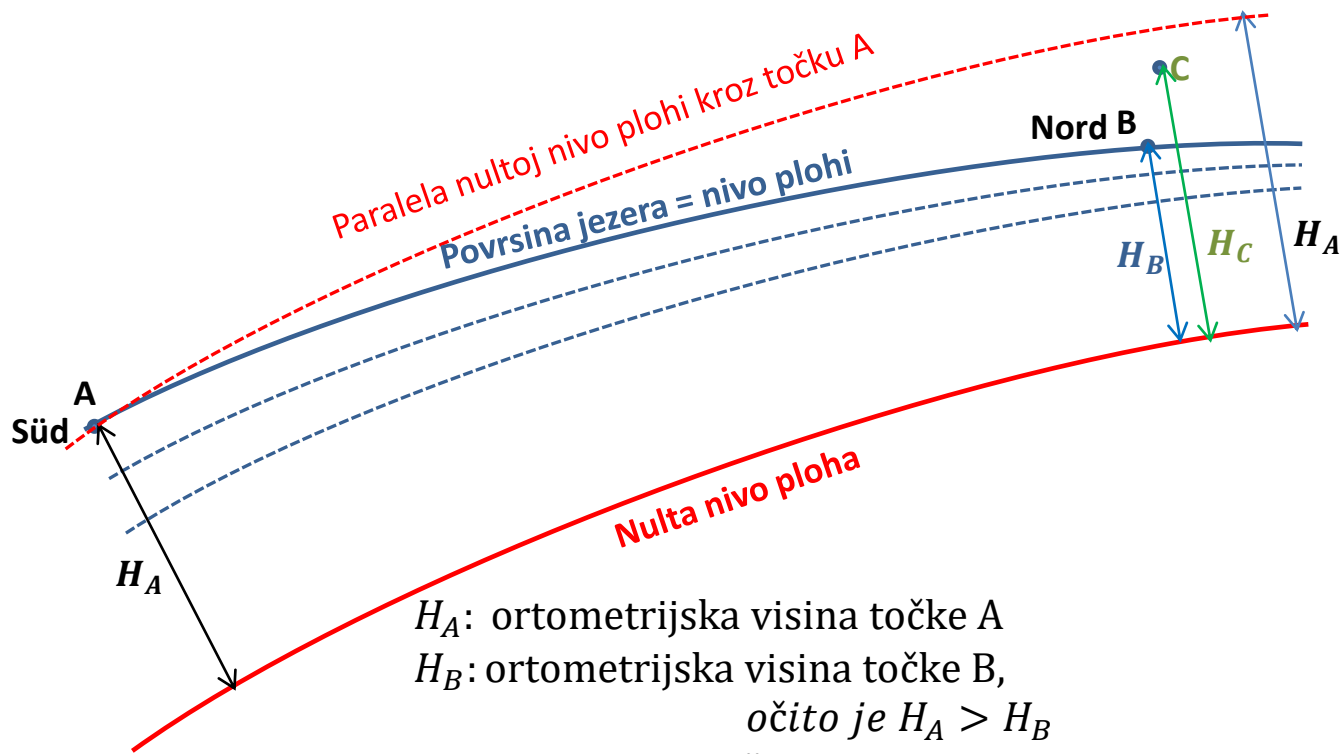
Referentna
ploha ?

Normalne
ortometrijske vis.



$$H_\gamma^B = \frac{\int_0^B \gamma \cdot dh}{\gamma_m^B}$$

Referentna
ploha ?



H_A : ortometrijska visina točke A

H_B : ortometrijska visina točke B,

očito je $H_A > H_B$

Apsolutna visina točke C je manja od visine točke A.

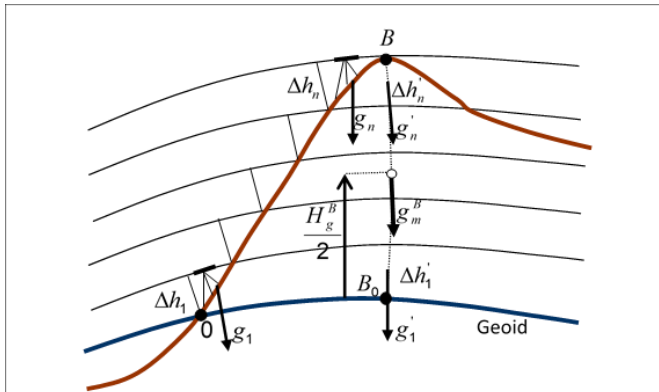
Točka C leži između nivo ploha točki A i B. Voda teče od točke C prema A, iako točka A ima veću apsolutnu visinu od točke C. voda teče „uzbrdo“.

Je li to moguće?

Strogo definirane visine

	Strogo definirane visine		
	Prave ortometrijske v.	Dinamičke v.	Normalne vis. (Molodenski)
Visine iznad:	Geoida	-----	Quasigeoida
Neovisne o puti niveliranja	da	da	da
Mogućnost zamjene pada terena	mala	ne	vrlo mala
Redukcije mjerenih visinskih razlika	male	vrlo velike	Vrlo male (prema Ihde, J. 1996)

5.1.1 Utjecaj točnosti ubrzanja sile teže na točnost geopotencijalnih kota



Geopotencijalna kota točke visine od 1000 m može se dobiti kao zbroj 10 razlika geopotencijalnih kota s visinskom razlikom od 100 m:

$$C_{1000} = 0 + \left(\frac{g_0+g_1}{2}\right) \cdot \Delta h_1 + \left(\frac{g_1+g_2}{2}\right) \cdot \Delta h_2 + \left(\frac{g_2+g_3}{2}\right) \cdot \Delta h_3 + \left(\frac{g_3+g_4}{2}\right) \cdot \Delta h_4 + \left(\frac{g_4+g_5}{2}\right) \cdot \Delta h_5 + \left(\frac{g_5+g_6}{2}\right) \cdot \Delta h_6 + \left(\frac{g_6+g_7}{2}\right) \cdot \Delta h_7 + \left(\frac{g_7+g_8}{2}\right) \cdot \Delta h_8 + \left(\frac{g_8+g_9}{2}\right) \cdot \Delta h_9 + \left(\frac{g_9+g_{10}}{2}\right) \cdot \Delta h_{10}$$

Derivacijom predhodne formule po ubrzanjima sile teže i ako se u ova israživanja uzme približna jednakost svih visinskih razlika: $\Delta h_1 \approx \Delta h_2 \approx \Delta h_3 \approx \dots \approx \Delta h_{10} \approx \Delta h$, dobije se:

$$dC_{1000} = \frac{dg_0}{2} \cdot \Delta h + dg_1 \cdot \Delta h + dg_2 \cdot \Delta h + dg_3 \cdot \Delta h + dg_4 \cdot \Delta h + dg_5 \cdot \Delta h + dg_6 \cdot \Delta h + dg_7 \cdot \Delta h + dg_8 \cdot \Delta h + dg_9 \cdot \Delta h + \frac{dg_{10}}{2} \cdot \Delta h.$$

Primjenom zakona o prirastu pogrešaka i sređivanja dobije se standardno odstupanje ubrzanja sile teže u ovisnosti od standardnog odstupanja geopotencijalne kote točke čija je visina 1000 m:

5.1.1. Utjecaj točnosti ubrzanja sile teže na točnost geopotencijalnih kota, nastavak

$$\sigma_g = \frac{\sigma_{C1000}}{\Delta h \cdot \sqrt{(n-0,5)}}$$

Iz gornjeg izraza mogu se izračunati standardna odstupanja ubrzanja sile teže kao funkcija točnosti geopotencijalnih kota za mjerene visinske razlike od 100 m ($n = 10$), 50 m ($n = 20$) i 25 m ($n = 40$)

Standardno odstupanje ubrzanja sile teže u ovisnosti od točnosti geopotencijalnih kota

Standardno odstupanje geopotencijalne kote točke visine od 1000 m $\sigma[m] \cdot g[ms^{-2}]$	Standardno odstupanje sile teže [ms^{-2}]		
	za $\Delta H = 100 m$	za $\Delta H = 50 m$	Za $\Delta H = 25 m$
0,000 5 · 9,804327162	1,5905 · 10 ⁻⁵ = 1,590mgal	2,220 · 10 ⁻⁵ = 2,220 mgal	3,120 · 10 ⁻⁵ = 3,120 mgal
0,001 0 · 9,804327162	3,181 · 10 ⁻⁵ = 3,181 mgal	4,440 · 10 ⁻⁵ = 4,440 mgal	6,239 · 10 ⁻⁵ = 6,239 mgal
0,010 0 · 9,804327162	3,181 · 10 ⁻⁴ = 31,809 mgal	4,4405 · 10 ⁻⁴ = 44,405 mgal	6,2399 · 10 ⁻⁴ = 62,399 mgal

5.1.1. Utjecaj točnosti mjerenih visinskih razlika na točnost geopotencijalnih kota

U radu je izvedena formula za računanje standardnih odsupanja mjerenih visinskih razlika od 100 m, 50 m i 25 m u ovisnosti od stand. odsupanja geopotencijalne kote

$$\sigma_{C1000}^2 = \sigma_{\Delta h}^2 (n \cdot g_{H=500m}^2) \text{ odn. } \sigma_{\Delta h} = \frac{\sigma_{C1000}}{g_{H=500m} \cdot \sqrt{n}}$$

gdje je:

n broj visinskih razlika od 100, 50 i 25 m u geopotencijalnoj koti od 1000 m.

Standardno odsupanje mjerenih visinskih razlika kao funkcija točnosti geopotencijalnih kota

Standardno odsupanje geopotencijalne kote točke visine od 1000 m $\sigma[m] \cdot g[ms^{-2}]$	Standardno odsupanje visinske razlike [m]		
	za $\Delta H = 100 m$	za $\Delta H = 50 m$	za $\Delta H = 25 m$
$0,0005 \cdot 9,804327162$	$1,58107 \cdot 10^{-4}$ = 0,000 158 m	$1,11799 \cdot 10^{-4}$ = 0,000 112 m	$7,90535 \cdot 10^{-5} =$ 0,000 079 m
$0,0010 \cdot 9,804327162$	$3,16214 \cdot 10^{-4}$ = 0,000 316 m	$2,23597 \cdot 10^{-4}$ = 0,000 223 m	$1,58107 \cdot 10^{-4} =$ 0,000 158 m
$0,0050 \cdot 9,804327162$	$1,581070 \cdot 10^{-3}$ = 0,001 581 m	$1,11799 \cdot 10^{-3}$ = 0,001 118 m	$7,90535 \cdot 10^{-4} =$ 0,000 791 m
$0,0100 \cdot 9,804327162$	$3,16214 \cdot 10^{-3}$ = 0,003 162 m	$2,23597 \cdot 10^{-3}$ = 0,002 235 m	$1,58107 \cdot 10^{-3} =$ 0,001 581 m

5.2.1. Utjecaj gustoće Zemlje iznad geida ρ na prave ortometrijske visinske razlike odn. visine

Prave ortometrijske visinske razlike računaju po formuli (Bilajbegović, 2013):

$$\Delta H_g^{AB} = \Delta H_{gem.}^{AB} + \frac{g_M - G_0}{G_0} \Delta H_{gem.}^{AB} + \frac{g_m^A - G_0}{G_0} H^A - \frac{g_m^B - G_0}{G_0} H^B,$$

odn.

$$\Delta H_g^{AB} = \Delta H_{gem.}^{AB} + \frac{g_A + g_B - G_0}{G_0} \cdot \Delta H_{gem.}^{AB} + \frac{g_A - \left(\frac{d\gamma}{dh} + 4\pi G\rho \right) \cdot \frac{H^A}{2} - G_0}{G_0} \cdot H^A - \frac{g_B - \left(\frac{d\gamma}{dh} + 4\pi G\rho \right) \cdot \frac{H^B}{2} - G_0}{G_0} \cdot H^B$$

Poslije diferenciranja gornje jednadžbe po ρ i primjenom zakona o prirastu pogrešaka slijedi:

$$\sigma_{\Delta H_g^{AB}}^2 = \frac{4\pi^2 G^2}{G_0^2} \left(H_A^4 + H_B^4 \right) \cdot \sigma_\rho^2$$

5.2.1. Utjecaj gustoće Zemlje iznad geoida ρ na prave ortometrijske visinske razlike odn. visine

U radu je izvedena formula za računanje utjecaja standardnog odstupanja visine točke od 1000 m ($\sigma_{H_g^{1000}}$) kao funkcije standardnog odstupanja gustoće Zemlje iznad geoida (σ_ρ):

$$\sigma_{H_g^{1000}}^2 = \left[\frac{8\pi^2 G^2}{G_0^2} \cdot (H_1^4 + H_2^4 + H_3^4 + \dots + H_{n-1}^4) + \frac{4\pi^2 G^2}{G_0^2} H_n^4 \right] \cdot \sigma_\rho^2,$$

G je Geocentrična gravitacijska konstanta

Utjecaj gustoće na točnost pravih ortometrijskih visina

$\sigma_\rho = 200 \text{ kg/m}^3$ $G_0 = 9,805174 \text{ ms}^{-2}$	Standardno odstupanje visine od 1000 m
$\Delta H = 100 \text{ m}$	0,0173 m
$\Delta H = 50 \text{ m}$	0,0242 m
$\Delta H = 25 \text{ m}$	0,0342 m

5.2.2. Utjecaj ubrzanja sile teže na prave ortometrijske visine

Urada su date formule za računanja standardnog ostupanja prave ortometrijske visine točke od 1000 m kao funkcija stadarnih odstupanja mjerenih ubrzanja sile teže

$$\sigma^2_{H_g^{1000}} = \left[n(-) \frac{\Delta H_{AB}^2}{2G_0^2} + \frac{2}{G_0^2} \cdot (H_1^2 + H_2^2 + \dots + H_{n-1}^2) + \frac{1}{G_0^2} H_n^2 \right] \cdot \sigma_g^2 \quad \text{odn.}$$

$$\sigma_g = \frac{\sigma_{H_g^{1000}}}{\sqrt{n(-) \frac{\Delta H_{AB}^2}{2G_0^2} + \frac{2}{G_0^2} \cdot (H_1^2 + H_2^2 + \dots + H_{n-1}^2) + \frac{1}{G_0^2} H_n^2}}$$

gdje su:

σ_g standardna odstupanja mjerenog ubrzanja sile teže,

$\sigma_{H_g^{1000}}$ standardno odstupanje točke s pravom ortometrijskom visinom od 1000 m, *n broj visinskih razlika od 100 m (n = 10), od 50 m (n = 20) i od 25 m (n = 40) u visini točke od 1000 m.*

5.2.2. Utjecaj ubrzanja sile teže na prave ortometrijske visine, nastavak

Zahtjevana točnost ubrzanja sile teže kao funkcija točnosti pravih ortometrijskih visina

Standardno odstupanje prave ortometrijske visine od 1000 m	Standardno odstupanje ubrzanja sile teže $u[m s^{-2}]$		
	für $\Delta H = 100 m$	für $\Delta H = 50 m$	für $\Delta H = 25 m$
0,000 01 m	$3,8 \cdot 10^{-8} = 0,004 \text{ mgal}$	$2,686 \cdot 10^{-8} = 0,003 \text{ mgal}$	$1,899 \cdot 10^{-8} = 0,002 \text{ mgal}$
0,000 1 m	$3,8 \cdot 10^{-7} = 0,038 \text{ mgal}$	$2,686 \cdot 10^{-7} = 0,027 \text{ mgal}$	$1,899 \cdot 10^{-7} = 0,019 \text{ mgal}$
0,000 5 m	$1,9 \cdot 10^{-6} = 0,190 \text{ mgal}$	$1,343 \cdot 10^{-6} = 0,134 \text{ mgal}$	$9,49 \cdot 10^{-7} = 0,095 \text{ mgal}$
0,001 m	$3,8 \cdot 10^{-6} = 0,380 \text{ mgal}$	$2,686 \cdot 10^{-6} = 0,269 \text{ mgal}$	$1,899 \cdot 10^{-6} = 0,189 \text{ mgal}$
0,01m	$3,802 \cdot 10^{-5} = 3,802 \text{ mgal}$	$2,686 \cdot 10^{-5} = 2,686 \text{ mgal}$	$1,899 \cdot 10^{-5} = 1,899 \text{ mgal}$

Reinhold (2012)

Ubrzanje u HTWD području: $g = 9,811\ 19\ 7\ 090 \pm 0,000\ 000\ 038\ m s^{-2}$

Oblik Zemlje,
Centrifugalno ubrzanje

Anomalije mase

Tide

Tlak zraka, Ocean,
Gibanje pola,
Nivo podzemne
vode, Vlažnost tla

konstantno vremenski ovisno

5.3.1. Utjecaj ubrzanja sile teže na točnost normalnih Molodenski visina

U radu je izvedena formula za računanje točnosti ubrzanja sile teže kao funkcija točnosti normalne visine točke od 1000 m gdje su:

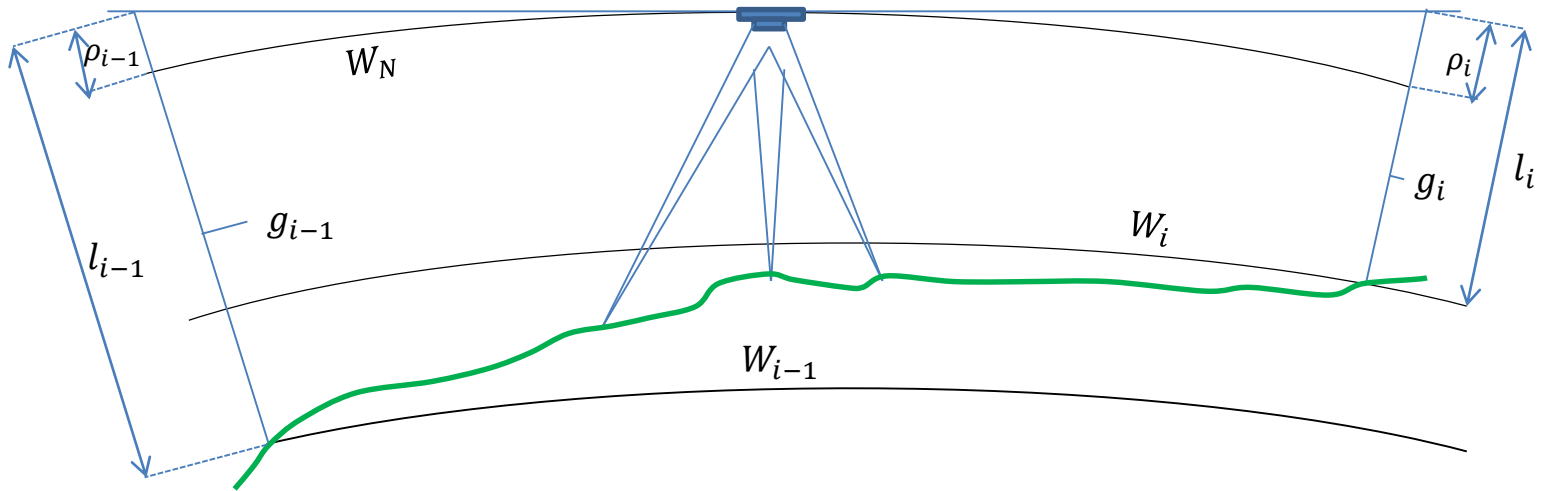
$$\sigma_g = \sqrt{\frac{\sigma_{H_N^{1000}}^2}{n(\Delta H_{AB})^2}} = \sqrt{\frac{\sigma_{H_N^{1000}}^2}{5(100_{AB})^2}} = \sqrt{\frac{\sigma_{H_N^{1000}}^2}{\gamma_m^2}}$$

σ_g stand. odstupanje ubrzanja sile teže,
 $\sigma_{H_N^{1000}}$ stand. odstupanje normalne visine točke od 1000 m i
 za ΔH_{AB} visinska razliku od 100 m ($n = 10$), od 50 m ($n = 20$) i od 25 m ($n = 40$).

Utjecaj ubrzanja sile teže na točnost normalnih Molodenski visina

Standardno odstupanje normalne visine od 1000 m	Standardno odstupanje ubrzanja sile teže u [$m \cdot s^{-2}$]		
	za $\Delta H = 100 m$	za $\Delta H = 50 m$	za $\Delta H = 25 m$
0,000 10 m	$4,385 \cdot 10^{-6} = 0,439 mgal$	$6,201 \cdot 10^{-6} = 0,620 mgal$	$8,770 \cdot 10^{-6} = 0,877 mgal$
0,000 50 m	$2,193 \cdot 10^{-5} = 2,193 mgal$	$3,101 \cdot 10^{-5} = 3,101 mgal$	$4,385 \cdot 10^{-5} = 4,385 mgal$
0,001 00 m	$4,385 \cdot 10^{-5} = 4,385 mgal$	$6,201 \cdot 10^{-5} = 6,201 mgal$	$8,770 \cdot 10^{-5} = 8,770 mgal$
0,005 00 m	$2,193 \cdot 10^{-4} = 21,93 mgal$	$3,101 \cdot 10^{-4} = 31,01 mgal$	$4,385 \cdot 10^{-4} = 43,85 mgal$
0,010 00 m	$4,385 \cdot 10^{-4} = 43,85 mgal$	$6,201 \cdot 10^{-4} = 62,01 mgal$	$8,770 \cdot 10^{-4} = 87,70 mgal$

5.4 .Princip određivanja razlike potencijala ubrzanja sile teže na stajalištu



$$W_n - W_{i-1} = -g_{i-1}(l_{i-1} - \rho_{i-1})$$

$$W_n - W_i = -g_i(l_i - \rho_i) \quad /(-1)$$

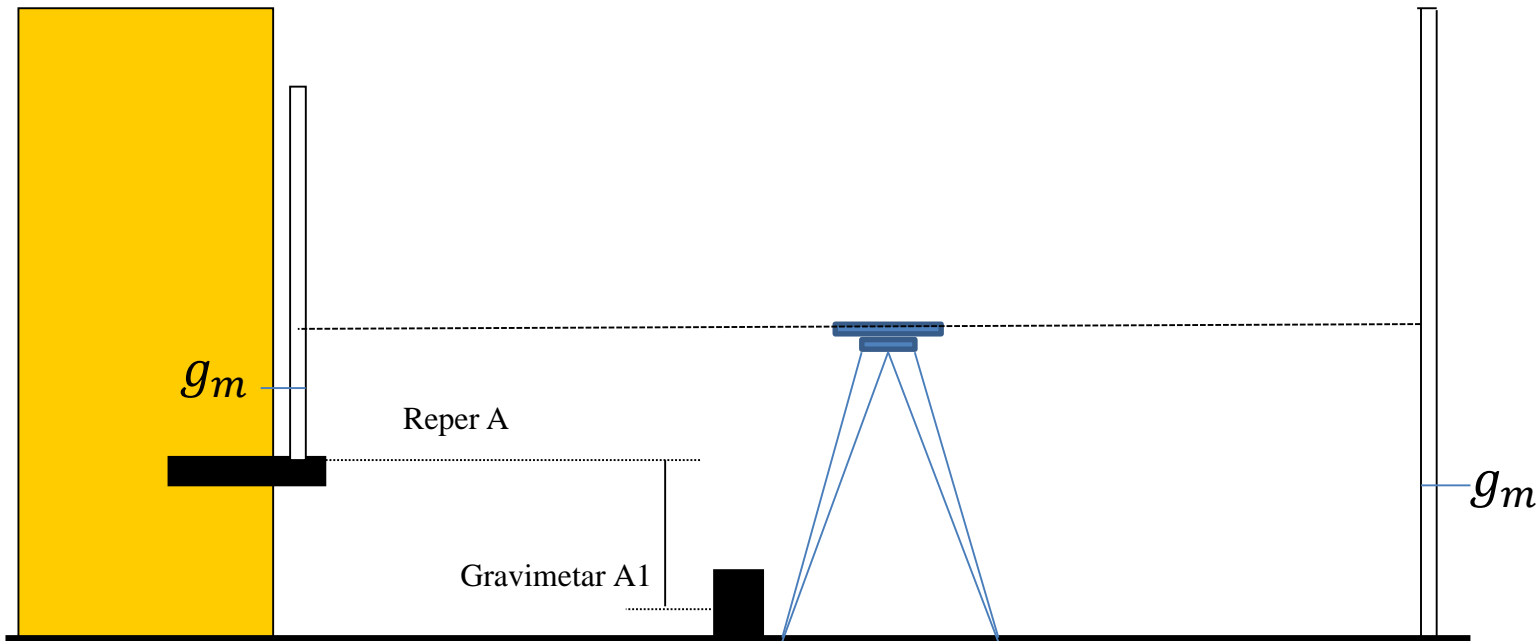
$$\Sigma = W_i - W_{i-1} = (l_i - \rho_i) \cdot g_i - (l_{i-1} - \rho_{i-1}) \cdot g_i \text{ odn.}$$

$$W_i - W_{i-1} = (l_i - l_{i-1}) \frac{g_{i-1} + g_i}{2} + (l_i + l_{i-1}) \frac{g_{i-1} - g_i}{2} + (\rho_{i-1} - \rho_i) \frac{g_{i-1} + g_i}{2} + (\rho_{i-1} + \rho_i) \frac{g_{i-1} - g_i}{2}$$

$$\text{Beschlin (1948): } W_i - W_{i-1} = (l_i - l_{i-1}) \frac{g_{i-1} + g_i}{2} \text{ ili}$$

$$W_{i-1} - W_i = (l_{i-1} - l_i) \frac{g_{i-1} + g_i}{2}$$

Traba li ubrzanje obzirom na sredinu između repera (podmetača letava) i vizirne linije reducirati?



Visinska razlika između repera i mjernog sustava gravimetra

Razlika ubrzanja između točaka A i A1 je:

$$\Delta g = g_A - g_{A1} = g_{A1} + \frac{\partial g}{\partial h} \cdot (H_A - H_{A1}) - g_{A1}$$

Kako je mjerni sustav gravometra i reper u zraku, tada vrijedi:

$$\frac{\partial g}{\partial h} \approx \frac{d\gamma}{dh}, \quad \text{za GRS80 sustav}$$

$$\Delta g = +[-0,30877(1 - 0,00139 \sin^2 \varphi) \cdot 10^{-5}] \cdot \Delta h, \text{ odn.}$$

$$\sigma_{\Delta g}^2 = [-0,30877(1 - 0,00139 \sin^2 \varphi) \cdot 10^{-5}]^2 \cdot \sigma_{\Delta h}^2, \text{ ili}$$

$$\sigma_{\Delta h} = \sqrt{\frac{\sigma_{\Delta g}^2}{[-0,30877(1 - 0,00139 \sin^2 \varphi) \cdot 10^{-5}]^2}}$$

Dopuštena visinska razlika između mjernog sustava gravimetra i repera kao funkcija standardnog odstupanja prave ortometrijske visine točke od 1000 m dobivene niveliranjem s različitim visinskim razlikama (100 m, 50 m i 25 m)

Standardno odstupanje visine od 1000 m U metrima	Standardno odstupanje ubrzanja sile teže u ms ⁻² za ΔH = 100 m	σ _{Δh} u [m]	Standardno odstupanje ubrzanja sile teže u ms ⁻² za ΔH = 50 m	σ _{Δh} u [m]	Standardno odstupanje ubrzanja sile teže u ms ⁻² za ΔH = 25	σ _{Δh} u [m]
0,000 01	3,8 · 10 ⁻⁸ = 0,004 mgal	0,012	2,686 · 10 ⁻⁸ = 0,003 mgal	0,008 7	1,899 · 10 ⁻⁸ = 0,002 mgal	0,006
0,000 1	3,8 · 10 ⁻⁷ = 0,038 mgal	0,123	2,686 · 10 ⁻⁷ = 0,027 mgal	0,087	1,899 · 10 ⁻⁷ = 0,019 mgal	0,062
0,000 5	1,9 · 10 ⁻⁶ = 0,190 mgal	0,616	1,343 · 10 ⁻⁶ = 0,134 mgal	0,435	9,49 · 10 ⁻⁷ = 0,095 mgal	0,308
0,001	3,8 · 10 ⁻⁶ = 0,380 mgal	1,232	2,686 · 10 ⁻⁶ = 0,269 mgal	0,870	1,899 · 10 ⁻⁶ = 0,189 mgal	0,615
0,01	3,802 · 10 ⁻⁵ = 3,802 mgal	12,315	2,686 · 10 ⁻⁵ = 2,686 mgal	8,705	1,899 · 10 ⁻⁵ = 1,899 mgal	6,154

Predhodna tablica pokazuje veliku ovisnost pravih ortometrijskih visina o visinskoj razlici između mjernog sustava gravimetra i repera odnosno vizurne linije nivelira.

Dopuštena visinska razlika između mjernog sustava gravimetra i repera kao funkcija standardnog odstupanja normalne visine točke od 1000 m, dobivene niveliranjem s različitim visinskim razlikama (100 m, 50 m i 25 m)

Standard-abweichung der Höhen von 1000 m in Meter	Standardabweichung der Schwere in ms^{-2} für $\Delta H = 100$ m	$\sigma_{\Delta h}$ in [m]	Standardabweichung der Schwere in ms^{-2} für $\Delta H = 50$ m	$\sigma_{\Delta h}$ in [m]	Standardabweichung der Schwere in ms^{-2} für $\Delta H = 25$ m	$\sigma_{\Delta h}$ in [m]
0,000 01	$4,385 \cdot 10^{-7} = 0,044$ mgal	0,142	$6,201 \cdot 10^{-7} = 0,062$ mgal	0,201	$8,770 \cdot 10^{-7} = 0,088$ mgal	0,284
0,000 1	$4,385 \cdot 10^{-6} = 0,439$ mgal	1,421	$6,201 \cdot 10^{-6} = 0,620$ mgal	2,010	$8,770 \cdot 10^{-6} = 0,877$ mgal	2,842
0,000 5	$2,193 \cdot 10^{-5} = 2,193$ mgal	7,107	$3,101 \cdot 10^{-5} = 3,101$ mgal	10,049	$4,385 \cdot 10^{-5} = 4,385$ mgal	14,211
0,001	$4,385 \cdot 10^{-5} = 4,385$ mgal	14,211	$6,201 \cdot 10^{-5} = 6,201$ mgal	20,096	$8,770 \cdot 10^{-5} = 8,770$ mgal	28,422
0,01	$4,385 \cdot 10^{-4} = 43,85$ mgal	142,110	$6,201 \cdot 10^{-4} = 62,01$ mgal	200,963	$8,770 \cdot 10^{-4} = 87,70$ mgal	284,22

Iz tablice je očito, da za točnost normalne visine od 0,001 m za visinu točke od 1000 m, visinska razlika između gravimetra i vizurne linije treba biti manja od 14,211 m. To znači da su normalne visine značajno neovisnije na ovaj utjecaj u odnosu na prave ortometrijske visine.

6. Rezime

- Istraživanja utjecaja gustoće i ubzanja sile teže na točnost fizikalno definiranih visina pokazuju, da je sustav pravih ortometrijskih visina nepodesan za referentne državne sustave visina, ako se ne posjeduju mjerenja ubzanja sile teže uzduž nivelmanskih vlakova i 3D-modeli gustoće između geida i fizičke površine Zemlje.
- Hrvatska nema konzistentan sustav visina. Uvela je plohu geoida i normalne ortometrijske visine koje se ne odnose plohu geoida.
- Ako neka zemlja posjeduje mjerenja ubzanja sile teže ili karte anomalija ubzanja sile teže s točnošću od oko 10 mgal ili većom, tada je najpovoljniji sustav normalnih tj. Molodenski visina.
- Uvođenje normalnih ortometrijskih visina ako se posjeduju karte anomalija ubrzanja sile teže, nije svrsishodno.

6. Rezime, nastavak

- U budućnosti uvesti će se Global Vertical Reference Frame (GVRF). On bazira na nivelmanskim-, gravimetrijskim- i GNSS-mjerenjima po kontinentima, mareografskim mjerenjima, i mjerenjima satelitske altimetrije iznad morskih površina i konačno primjenom poboljšanih Global Gravity Models (GGM).
- Kad se raspolaže s mjerenjima u digitalnom obliku, poželjno je izjednačiti nivelmansku mrežu u svim visinskim sustavima, kao što je učinjeno u II NVT bivše Jugoslavije, Bilajbegović et al. (1989).
- Potrebno je usuglasiti vrstu geoida i visinskog sustava obzirom na Zemljine plimne valove (Zero-, Mean- i Non-tidal-geoid).
- Neke države izabrale su odgovarajući visinski sustav, prema podacima kojima raspolažu, kao npr. Njemačka. Ostale ?

A serene sunset scene with a large, bright yellow sun partially obscured by a thin layer of clouds. The sun's light reflects on the water below, creating a shimmering path of light. The sky is a mix of soft orange, yellow, and pink hues. The water in the foreground shows gentle ripples, reflecting the warm colors of the sunset.

Hvala lijepa na pažnji

Veselim se vašim pitanjima